

سطوح تفکر هندسی فن هیلی

وَن هیلی

بین دانش آموزان پایه هشتم

نرگس یافتیان

استادیار گروه ریاضی دانشگاه شهید رجایی

اشرف صفابخش چکوسری

دبیر ریاضی شهرستان صومعه سرا

مقدمه

ما در جهانی سه‌بعدی زندگی می‌کنیم که در آن، بیشتر تجربه‌های خود را از طریق محرک‌های دیداری به دست می‌آوریم. این بدان معناست که توانایی تفسیر این داده‌های دیداری برای بقای ما، امری بنیادین است [Jones, 2002]. از طرف دیگر، از آنجا که آموزش منطقی می‌باید در راستای تجهیز فراگیرندگان به توانایی‌ها و مهارت‌های مورد نیازشان انجام شود، بدیهی است که گنجاندن موادی آموزشی که چنین مهارت‌هایی را بپروراند، ضروری است. بنابراین به جرئت می‌توان گفت، دانش هندسه به‌عنوان دانشی که از یک سو با جهان فیزیکی و دریافت‌های دیداری ما و از سوی دیگر با منطق و استدلال، پیوستگی عمیقی دارد، می‌تواند به‌عنوان ابزاری نیرومند برای پرورش توانایی تفسیر انسان از دنیای فیزیکی خود به کار رود.

هندسه در زمینه‌ها و حوزه‌های متفاوت کاربردهای گوناگونی دارد. در اینجا به علت محدودیت در تعداد صفحه‌های مقاله، تنها به مصداق‌هایی از کاربرد آن در زندگی روزمره بسنده می‌کنیم. برای مثال، هنگامی که پیش از خرید یک وسیله، به چگونگی گنجاندن آن درون کمد یا اتاق و یا هر فضای دیگر می‌اندیشیم، از «تجسم فضایی»^۱ که یکی از مهارت‌های هندسی است، بهره می‌گیریم. با دانستن روش محاسبه محیط یک دایره یا هر شکل هندسی دیگر، مقدار نرده مورد نیاز برای حصارکشی دور یک زمین و یا مقدار سنگ مورد نیاز برای حاشیه یک باغچه را تخمین می‌زنیم یا به دقت به دست می‌آوریم. دانستن شیوه محاسبه مساحت شکل‌های هندسی، به ما در تعیین مقدار کفپوش مورد نیاز برای پوشاندن کف اتاق یا هر بخش دیگر ساختمان کمک می‌کند.

دانش آموزان از طریق مطالعه هندسه، درباره شکل‌ها،

چکیده

هدف این پژوهش، بررسی سطوح تفکر هندسی ون هیلی بین دانش آموزان پایه هشتم در یکی از مباحث هندسه، یعنی «مبحث چهارضلعی‌ها» است. این پژوهش به روش توصیفی - پیمایشی روی نمونه‌ای در دسترس، متشکل از ۵۵ نفر از دانش آموزان پایه هشتم یکی از مدرسه‌های نمونه دولتی شهرستان «صومعه سرا» انجام گرفت. ابزار اندازه‌گیری، آزمونی محقق ساخته مبتنی بر مدل فن هیلی، مشتمل بر پنج گویه پنج گزینه‌ای بود که روایی صوری و محتوایی آن به تأیید چند نفر از استادان ریاضی و آموزش ریاضی دانشگاه و چند دبیر ریاضی دوره متوسطه اول رسید. در انتهای برخی پرسش‌های آزمون، از دانش آموزان خواسته شده بود که برای انتخاب گزینه خود دلیل بیاورند و پس از برگزاری آزمون با تعدادی از شرکت‌کنندگان، مصاحبه‌های کوتاهی به عمل آمد که اطلاعات به دست آمده از آن، در تحلیل آزمون به کار گرفته شد. نتایج آزمون دربردارنده این واقعیت است که بیشتر دانش آموزان مزبور که از مدرسه‌های نمونه دولتی بودند، با وجود دستیابی به میانگین نمره بالاتر از متوسط در آزمون‌های مدرسه‌ای درس ریاضی، در یکی از دو سطح اول و یا دوم تفکر هندسی براساس مدل فن هیلی قرار می‌گیرند. از یافته‌های این پژوهش در بازبینی فرایند آموزش هندسه و نیز در اصلاح شیوه ارزشیابی معمول مدرسه‌ای در درس ریاضی می‌توان استفاده کرد. برای آشنایی بیشتر با نظریه ون هیلی‌ها می‌توانید به شماره ۱۲۹ مجله مراجعه نمایید.

کلیدواژه‌ها: هندسه، سطوح تفکر فن هیلی، پایه هشتم، چهارضلعی‌ها

سطح	نام سطح	توانایی دانش آموز
۱	تجسم	شکل‌ها را براساس ظاهرشان توصیف می‌کند
۲	تجزیه و تحلیل	شکل‌ها را براساس ویژگی‌هایشان توصیف می‌کند
۳	استنتاج غیررسمی	اهمیت ویژگی‌ها را درک می‌کند و به رابطه‌های میان آن‌ها پی می‌برد. از این‌رو، می‌تواند ویژگی‌های شکل‌ها را به‌طور منطقی مرتب کند
۴	استنتاج	توانایی استدلال منطقی دارد و قضیه‌ها را به‌صورت استنتاجی اثبات می‌کند
۵	دقت موشکافانه	قضیه‌ها را در سیستم‌های اصل موضوعی متفاوت پایه‌گذاری و تحلیل می‌کند

درک و استدلال هندسی دانش‌آموزان به کمک نظریه ون هیلی می‌تواند زمینه‌ساز تنظیم و تدوین مواد درسی و طراحی فعالیت‌های آموزشی متناسب با سطح توانایی دانش‌آموزان شود. پژوهش‌های انجام شده در راستای این نظریه، اهمیت آن را آشکار می‌سازد (پژوهش‌هایی مانند پژوهش‌های یوسسکین (۱۹۸۲)؛ برگر و شاونسی^۴ (۱۹۸۶)؛ گوتی یرز و جیم^۵ (۱۹۹۸)؛ نایت (۲۰۰۶)؛ آرمه^۶ و همکارانش (۲۰۱۸)؛ سنچس گارسیا و کابلو^۷ (۲۰۱۶)؛ نیساوا^۸ (۲۰۱۸)؛ حبیبی (۱۳۹۲)؛ امینی‌فر و همکاران (۱۳۹۰)؛ ریحانی و همکارانش (۱۳۸۹)؛ لیاقتدار و همکاران (۱۳۹۰)؛ مرادی و بس (۱۳۸۸). با توجه به آنکه در تدوین کتاب‌های درسی و همچنین تنظیم شیوه‌ای کارآمد برای ارزشیابی، بررسی سطح تفکر دانش‌آموزان به‌ویژه در هندسه ضروری است. این پژوهش به ارزیابی سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان پایه هشتم در مبحث چهارضلعی‌ها براساس مدل فن هیلی می‌پردازد.

روش پژوهش

از آنجا که هدف پژوهش حاضر بررسی سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان بر پایه مدل ون هیلی است، برای سنجش این سطح از روش تحقیق «توصیفی - پیمایشی» استفاده شد. در این روش از شرکت‌کنندگان خواسته می‌شود که به پرسش‌هایی معین که در جهت پاسخ‌گویی به پرسش‌های پژوهش طرح شده‌اند، پاسخ دهند. جامعه آماری، شامل دانش‌آموزان پایه هشتم شهرستان صومعه‌سرا بود و پژوهش حاضر روی یک نمونه در دسترس، متشکل از ۵۵ نفر از دانش‌آموزان پایه هشتم یکی از مدرسه‌های نمونه دولتی دوره اول متوسطه در این شهرستان انجام گرفت. به منظور سنجش سطح تفکر هندسی دانش‌آموزان شرکت‌کننده، از آزمونی محقق ساخته براساس مدل ون هیلی به‌عنوان ابزار اندازه‌گیری استفاده شد که شامل پنج پرسش پنج گزینه‌ای بود که روایی ظاهری و محتوایی آن مورد تأیید چند نفر از استادان ریاضی و آموزش ریاضی دانشگاه و چند دبیر ریاضی دوره اول متوسطه قرار گرفت.

ساختارها و چگونگی تحلیل ویژگی‌ها و روابط میان آن‌ها، آگاهی می‌یابند. تجسم فضایی خود یکی از مهم‌ترین جنبه‌های تفکر هندسی است. هندسه فرصتی طبیعی برای گسترش مهارت‌های استدلالی و توجیهی دانش‌آموزان است که در دبیرستان، با اثبات به اوج می‌رسد. مدل‌سازی و استدلال هندسی، روش‌هایی را برای تفسیر و توصیف پیرامون فیزیکی فراهم می‌آورد که می‌توان آن‌ها را به‌عنوان ابزارهایی ارزشمند در حل مسئله به کار برد [NCTM, 2005: 61-65].^۲ اهمیت هندسه غیررسمی نیز کمتر از هندسه رسمی نیست، چون آموزش هندسه غیررسمی، با فراهم آوردن زیربنایی از واژه‌ها، مهارت‌های اکتشافی، دیدگاه‌های شهودی و درک روابط هندسی، پیش‌نیاز لازم را برای مطالعه هندسه رسمی فراهم می‌کند [Knight, 2006]. مدل‌های عینی، ترسیم‌ها و نرم‌افزارهای هندسی پویا، این امکان را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کنند که با مفاهیم هندسی، فعالانه و درگیر شوند. دانش‌آموزان در کنار فعالیت‌ها و ابزارهای مناسب و همراهی معلم، می‌توانند در مباحث هندسی، حدس و گمان بزنند و استدلال کردن دقیق را از همان سال‌های نخستین مدرسه یاد بگیرند [NCTM, 2000].

با وجود اهمیت آموزش و یادگیری هندسه در جهان امروزی، اما هندسه در مقایسه با دیگر شاخه‌های ریاضیات مورد مطالعه در دوران مدرسه با گستره وسیع‌تری از بدفهمی‌ها و مشکلات یادگیری روبه‌روست. نظریه ون هیلی^۲ یکی از نظریه‌های مهم و کاربردی در قلمرو هندسه است که ایده دسته‌بندی سطح‌های درک و تفکر هندسی را مطرح می‌کند و چارچوبی برای سنجش سطح تفکر هندسی فرد به دست می‌دهد. رده‌بندی سطح‌های تفکر هندسی که توسط نظریه ون هیلی بیان می‌شود، تنها یکی از جنبه‌های این نظریه را تشکیل می‌دهد که مبنای پژوهش حاضر قرار گرفته است. این رده‌بندی شامل پنج سطح است که از سطح درک صرفاً تصویری آغاز و به‌صورت سلسله‌مراتبی، به درک انتزاعی منجر می‌شود [Van Hiely, 1959; MaSon, 2009; Ha-lat, 2008; Pusey, 2003; Clements, 2003; Usiskin, 1982; Crowfey, 1987]. جدول ۱ سطح‌های ون هیلی را به‌طور خلاصه و به همراه توانایی‌های مورد انتظار در هر سطح نمایش می‌دهد.

سطح‌های تفکر ون هیلی ویژگی‌هایی دارند که از آن‌ها می‌توان به سلسله‌مراتبی بودن آن‌ها اشاره کرد. یعنی لازمه رسیدن به یک سطح آن است که شخص، سطح‌های پیش از آن را گذرانده باشد [Usiskin, 1982]. همچنین، بنا به گفته فن هیلی، پیشرفت در سطح‌های تفکر بیش از آنکه وابسته به سن شخص و مراحل رشد او باشد، به آموزشی که او به‌عنوان یادگیرنده دریافت می‌کند، بستگی دارد.

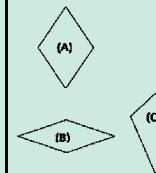
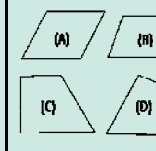
نظریه فن هیلی در فهرست نظریاتی قرار می‌گیرد که نه تنها به بررسی یک مشکل آموزشی، بلکه به ارائه راهکارهایی برای بهبود آموزش و یادگیری نیز پرداخته است. آگاهی از سطح

آزمون پژوهش تنها سه سطح اول فن هیلوی را سنجش می کند، زیرا بیشتر پژوهش های انجام شده مربوط به ارزیابی سطح های ون هیلوی، در دوره های بالاتر از ابتدایی، تأیید کننده این امر بوده اند که سطح کلی دانش آموزان این دوره ها، سطح های دوم و یا حداکثر سوم فن هیلوی بوده اند [Gutierrez & Jaime, 1998; usiskin, 1982]. مبحث هندسی انتخاب شده برای آزمون، شناخت چهارضلعی ها و ویژگی هایشان بوده است. در انتهای برخی پرسش های آزمون، از دانش آموزان خواسته شده بود که برای انتخاب گزینه خود دلیل بیاورند. علاوه بر آن، پس از برگزاری آزمون با تعدادی از شرکت کنندگان مصاحبه های کوتاهی به عمل آمد که اطلاعات به دست آمده از آن، در تحلیل آزمون به کار گرفته شد.

یافته های پژوهش

در آزمون پژوهش از پنج پرسش پنج گزینه ای استفاده شد که سه سطح اول ون هیلوی را پوشش می دهند. دو پرسش ۱ و ۲، سطح اول فن هیلوی را می سنجند که در آن ها، تنها به ظاهر و کلیت شکل توجه می شود. پرسش های ۳ و ۴ به آزمون سطح دوم فن هیلوی می پردازند که در آن ها ویژگی های شکل ها بدون درک روابط میان این ویژگی ها فهمیده می شوند. پرسش پنجم نیز در حد سطح سوم است که در آن شخص می تواند استدلال های ساده را درک و روابط میان ویژگی ها را به طور غیر رسمی استنتاج

جدول ۲. دسته بندی پاسخ های دانش آموزان به پرسش اول و دوم آزمون و فراوانی هر دسته (سطح اول فن هیلوی)

متن پرسش	درست (گزینه ۴)	نادرست	بدون پاسخ	گزینه نادرست با بیشترین فراوانی
<p>کدام یک از شکل های زیر، لوزی است؟</p>  <p>۱. فقط A ۲. فقط B ۳. فقط C ۴. فقط A و B ۵. هر سه شکل، لوزی اند</p>	۲۷ نفر (۴۹/۱ درصد)	۲۸ نفر (۵۰/۹ درصد)	۰ نفر (صفر درصد)	گزینه ۵ (۲۵ نفر)
<p>کدام یک از شکل های زیر، دوزنقه است؟</p>  <p>۱. فقط B ۲. فقط C ۳. فقط D ۴. فقط B و C ۵. همه شکل ها به جز D</p>	۳۳ نفر (۶۰/۰ درصد)	۲۲ نفر (۴۰/۰ درصد)	۰ نفر (صفر درصد)	گزینه ۵ (۱۱ نفر)

کند. در ادامه، این پرسش ها به تفکیک سطح مورد نظر بررسی می شوند.

پرسش های ۱ و ۲ آزمون: ارزیابی پاسخ های دانش آموزان به این دو پرسش در سه دسته به تفکیک در جدول ۲ آمده است. با توجه به آنکه این دو پرسش در سطح نخست نظریه ون هیلوی طرح شده اند و در این سطح، شناخت صرفاً بر مشاهده کلیت ظاهری شکل استوار است، بنابراین در تحلیل پاسخ ها تنها به درست یا نادرست بودن جواب توجه شده و جایی برای استدلال در نظر گرفته نشده است.

بررسی پاسخ های دانش آموزان نمایانگر آن است که در پرسش اول، ۲۸ نفر از ۵۵ شرکت کننده یعنی بیش از نیمی از آن ها، در تشخیص لوزی اشتباه کرده اند (۵۰/۹ درصد) که بیشترین پاسخ های نادرست مربوط به انتخاب گزینه (۵) بوده است و تعداد ۲۵ نفر از حجم ۵۵ نفری نمونه، این پاسخ را برگزیده اند. در پرسش ۲، دانش آموزان عملکرد بهتری نشان داده اند و ۳۳ نفر از ۵۵ نفر، یعنی ۶۰ درصد شرکت کنندگان، گزینه (۴) را که گزینه درست است، انتخاب کرده اند. پس از گزینه (۴)، گزینه (۵) با فراوانی ۱۱، بیشترین فراوانی را داراست. در توضیحی که این دانش آموزان برای انتخاب خود آوردند، مشخص گردید که دوزنقه را «چهارضلعی ای با دست کم دو ضلع موازی» می دانستند و بنابراین متوازی الاضلاع را نیز نوعی دوزنقه شناسایی کرده اند. در اینجا اگر صرفاً به گزینه انتخابی توجه شود، این دانش آموزان در شناخت دوزنقه حتی به سطح اول فن هیلوی نیز دست نیافته اند.

پرسش های ۳ و ۴ آزمون: ارزیابی پاسخ های دانش آموزان به این دو پرسش در پنج دسته به تفکیک در جدول ۳ آمده است.

در جدول ۴ نیز، فراوانی انتخاب هر گزینه نمایش داده شده که فراوانی مربوط به گزینه درست، در زمینه تیره نشان داده شده است.

در دسته بندی پاسخ های پرسش ۳ که مربوط به تشخیص ویژگی های مستطیل است، با توجه به تعداد پاسخ های درست (۴۱ پاسخ از ۵۳ پاسخ دریافتی) که معادل ۷۴/۵ درصد کل شرکت کنندگان است، بیشتر دانش آموزان عملکرد قابل قبولی داشته اند. نکته ای که درباره این پرسش اهمیت دارد، این است که شاید دلیل انتخاب درست برخی دانش آموزان آن باشد که تصویر رایجی که از مستطیل در ذهن دانش آموز وجود دارد، مستطیلی با طول و عرض نابرابر است. البته در این نوع خاص از مستطیل، قطر ها بر هم عمود نیستند.

برخلاف عملکرد دانش آموزان در پاسخ به پرسش سوم آزمون، تنها ۲۷/۳ درصد از پاسخ های آن ها به پرسش ۴ درست بوده است. بیشتر دانش آموزان با وجود آنکه متوازی الاضلاعی را

جدول ۳. دسته‌بندی پاسخ‌های دانش‌آموزان به پرسش‌های سوم و چهارم
آزمون و فراوانی هر دسته (سطح دوم ون هیلی)

متن پرسش	درست قطعی	نادرست قطعی	درست با استدلال نادرست	نادرست با وجود استدلال درست	بدون پاسخ
کدام جمله درباره مستطیل، درست نیست؟ ۱. ضلع‌های روبه‌رو، دویه‌دو یا هم موازی‌اند؟ ۲. اندازه قطرها با هم برابر است. ۳. قطرها بر هم عمودند. ۴. قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند. ۵. اندازه ضلع‌های روبه‌رو با هم برابر است.	۴۱ نفر (۷۴/۵ درصد)	۹ نفر (۱۶/۴ درصد)	۲ نفر (۳/۶ نفر)	۱ نفر (۱/۸ درصد)	۲ نفر (۳/۶ درصد)
کدام گزینه در مورد متوازی‌الاضلاع، درست است؟ ۱. متوازی‌الاضلاع چهار قطر دارد. ۲. در متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند. ۳. در متوازی‌الاضلاع اندازه قطرها با هم برابر است. ۴. در متوازی‌الاضلاع قطرها بر هم عمودند. ۵. گزینه‌های ۲ و ۳	۱۵ نفر (۲۷/۳ درصد)	۳۶ نفر (۶۵/۵ درصد)	۱ نفر (۱/۸ درصد)	۱ نفر (۱/۸ درصد)	۲ نفر (۳/۶ درصد)

جدول ۴. فراوانی انتخاب گزینه‌ها به تفکیک پرسش‌های سوم و چهارم آزمون

شماره پرسش	فراوانی انتخاب گزینه‌ها				
	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)
۳	۳	۲	۴۱	۲	۰
۴	۱	۱۵	۶	۲	۲۵

1982]. با توجه به سلسله مراتبی بودن سطح‌های فن هیلی انتظار می‌رفت، مقدارهای جدول ۷ به‌طور افزایشی از سطح اول به سطح سوم ظاهر شوند. اگرچه این امر اتفاق افتاده است، ولی اختلاف چندانی میان درصد دستیابی به سطح‌های اول و دوم دیده نمی‌شود. با توجه به مصاحبه‌های کوتاه انجام گرفته پس از آزمون، بیشتر دانش‌آموزانی که به پرسش‌های سطح اول فن هیلی پاسخ نادرست، ولی به پرسش‌های سطح دوم پاسخ درست داده‌اند، در تشخیص شکل‌ها (پرسش‌های ۱ و ۲ که در سطح اول فن هیلی طرح شده‌اند)، صرفاً به کلیت شکل توجه نداشته‌اند و ویژگی‌های آن را نیز در نظر گرفته‌اند. بنابراین به نظر می‌رسد پاسخ نادرست این دسته، بیش از آنکه زاده نرسیدن به سطح اول فن هیلی باشد، ناشی از تعریف‌های نادرست از هر شکل بوده که با اجزای هر شکل و ویژگی‌های آن (سطح دوم ون هیلی)

که مستطیل نیست، در برگه آزمون رسم کرده‌اند و قطرهای آن را (که در این نوع متوازی‌الاضلاع، به وضوح هم‌اندازه نیستند) نمایش داده‌اند، قطرهای متوازی‌الاضلاع را با هم برابر دانسته‌اند. بیشترین فراوانی در انتخاب گزینه‌های نادرست، مربوط به گزینه ۵ است که بیان می‌کند: قطرهای متوازی‌الاضلاع هم با یکدیگر برابرند و هم یکدیگر را نصف می‌کنند. ۲۵ نفر از دانش‌آموزان این گزینه را انتخاب کردند. با در نظر گرفتن تعداد پاسخ‌های درست و تعداد انتخاب‌های گزینه ۵ می‌توان نتیجه گرفت که حدود ۷۲/۷ درصد از جمعیت نمونه، این ویژگی درست را که قطرهای متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند، درک کرده‌اند و ۴۵/۵ درصد از دانش‌آموزان، افزون بر این، به اشتباه هم‌اندازه بودن قطرها را نیز در فهرست ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع‌ها لحاظ کرده‌اند.

پرسش ۵ آزمون: ارزیابی پاسخ‌های دانش‌آموزان به این پرسش در پنج دسته به تفکیک در جدول ۵ آمده است. در جدول ۶ نیز فراوانی انتخاب هر گزینه نمایش داده شده که فراوانی مربوط به گزینه درست، در زمینه تیره نشان داده شده است.

در پرسش پنجم که در سطح سوم ون هیلی طرح شده، درصد بالای ۸۷/۳ برای انتخاب گزینه نادرست، نشانگر آن است که بیشتر دانش‌آموزان، به سطح سوم ون هیلی دست نیافته‌اند. در اینجا بیشترین فراوانی در گزینش پاسخ نادرست، مربوط به انتخاب گزینه ۱ است (۴۷/۳ درصد کل جمعیت نمونه). بیشتر دانش‌آموزانی که این گزینه را برگزیده‌اند، در توجیه دلیل انتخاب خود، در برگه آزمون چنین نوشته بودند: «چون مربع چهار ضلع و چهار زاویه برابر دارد، پس همه عبارت‌های درون کادر درست هستند.» این موضوع نشان می‌دهد که تمایز میان شرایط لازم و کافی درک نشده است. برخی دیگر از دانش‌آموزان نیز به معادل بودن عبارت‌های (C) و (D) پی نبرده‌اند و عبارت (D) را که در آن به جای «چهار زاویه هم‌اندازه» از «چهار زاویه ۹۰ درجه» استفاده شده، دقیق‌تر و کامل‌تر دانسته‌اند. این نیز بیان‌کننده ضعف در استدلال این مطلب است که برابری زاویه‌ها در یک چهارضلعی، با ۹۰ درجه بودن اندازه‌های آن‌ها هم‌ارز است. تمایز میان شرایط لازم و کافی و نیز بیان استدلال غیررسمی از توانایی‌هایی است که در سطح سوم ون هیلی به دست می‌آید.

با توجه به دسته‌بندی پرسش‌های آزمون، براساس سطح ون هیلی و درصد پاسخ‌های درست به تفکیک هر پرسش، میانگین درصد پاسخ‌های درست دانش‌آموزان در هر سطح در جدول ۷ نشان داده شده است.

با توجه به تحلیل نتایج آزمون و جدول ۷، درک بیشتر دانش‌آموزان از محیط چهارضلعی‌ها، در یکی از دو سطح اول یا دوم ون هیلی قرار دارد. ون هیلی‌ها جهش از یک سطح بدون گذراندن سطح‌های پیشین را غیرممکن می‌دانند [Useskin,

جدول ۵. دسته‌بندی پاسخ‌های دانش‌آموزان به پرسش پنجم آزمون و فراوانی هر دسته (سطح سوم ون هیلی)

متن پرسش	درست قطعی	تعداد پاسخ‌های نادرست قطعی	تعداد پاسخ‌های نادرست	تعداد پاسخ‌های نادرست با استدلال نادرست	بدون پاسخ
به عبارت‌های زیر توجه کنید A: هر چهارضلعی که چهار ضلع هم‌اندازه داشته باشد، مربع است. B: هر چهارضلعی که چهار زاویه هم‌اندازه داشته باشد، مربع است. C: هر چهارضلعی که چهار ضلع هم‌اندازه و چهار زاویه هم‌اندازه داشته باشد، مربع است. D: هر چهارضلعی که چهار ضلع هم‌اندازه داشته و اندازه هر کدام از زاویه‌های آن ۹۰ درجه باشد، مربع است. کدام یک از عبارت‌های بالا، درست است؟ ۱. هر چهار مورد C, B, A و D ۲. فقط A, C و D ۳. فقط C و D ۴. فقط C ۵. فقط D	۶ نفر (۱۰/۹ درصد)	۴۸ نفر (۸۷/۳ درصد)	۰ نفر (صفر درصد)	۰ نفر (صفر درصد)	۱ نفر (۱/۸ درصد)

در ارتباط است.

بحث و نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر که به بررسی سطح‌های تفکر دانش‌آموزان پایه هشتم می‌پردازد، با استناد به یافته‌ها و نتایج پژوهش‌های انجام شده، تنها سه سطح نخست ون هیلی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در پژوهش‌های انجام شده، سطح پنجم تفکر، نسبت به سطح‌های دیگر کمترین میزان توجه را برانگیخته است. حتی **آلن هافر**^۹ به استناد گفت‌وگویی شخصی که در ۲۵ فوریه ۱۹۸۵ با پیره فن هیلی داشته است، نقل می‌کند که ون هیلی، خود به‌طور ویژه به سه سطح نخست علاقه‌مند بوده است [Crowley, 1987]. از سوی دیگر، چون بیشترین حجم هندسه دبیرستانی به‌طور معمول تا سطح سوم تفکر را در برمی‌گیرد، در بیشتر پژوهش‌ها نیز به سه سطح پایین‌تر، بیش از سطح‌های دیگر پرداخته شده است [پیشین].

نتایج برآمده از پژوهش حاضر، در راستای دیگر پژوهش‌های انجام گرفته در زمینه بررسی سطح‌های تفکر هندسی ون هیلی افراد، تأییدکننده نتایج پژوهش‌های مرتبط پیش از خود بوده‌اند. حاصل تحقیقات گوتی یرز و جیم (۱۹۹۸)، یوسسکین (۱۹۸۲) و فایز^{۱۰} و همکاران (۱۹۸۸) بیانگر آن است که بیشتر مباحث هندسه مدرسه‌ای متناسب با سطح دانش‌آموزان در نظر گرفته نشده‌اند و شاید در پاره‌ای موارد حتی به ارزیابی این سطح‌ها به منظور تدوین محتوای آموزشی پرداخته نشده است. این مطلب می‌تواند توجیه‌گر ضعف‌های فراوان دانش‌آموزان تقریباً در همه دوره‌های آموزشی در یادگیری هندسه باشد، چرا که براساس نظریه فن هیلی و پژوهش‌های صورت گرفته روی آن، تا زمانی که میان سطح تفکر یادگیرنده و سطح آموزش دریافتی ناهمگونی وجود دارد، آموزش در مسیر درست پیش نخواهد رفت.

با بررسی اجمالی کتاب ریاضی پایه هشتم می‌توان دریافت که مباحث و مفاهیم مطرح شده در کتاب درسی ریاضی این پایه، نیازمند برخورداری از تفکری در سطح دوم یا سوم ون هیلی است [یافتیان و صفابخش، ۱۳۹۸]. این امر در کنار نتایج پژوهش حاضر نشان‌دهنده ناهم‌آهنگی سطح تفکر برآورد شده برای دانش‌آموزان پایه هشتم و سطح مطالب ارائه شده در کتاب درسی ریاضی این پایه است. این در حالی است که یوسسکین (۱۹۸۲) بیان می‌کند: فرایند گذر از یک سطح به سطح بعدی، نیازمند زمانی طولانی‌تر از یک ساعت یا چند جلسه آموزشی است. او در ادامه به فن هیلی استناد می‌کند که برای رساندن دانش‌آموزان ۱۲ ساله از سطح نخست به سطح دوم، ۲۰ جلسه و برای رساندن همین دانش‌آموزان از سطح دوم به سطح سوم، ۵۰ جلسه آموزشی را ضروری دانسته است.

نتایج برآمده از پژوهش حاضر، با توجه به در دسترس بودن نمونه پژوهش، ممکن است قابلیت تعمیم‌پذیری نداشته باشد.

جدول ۶. فراوانی انتخاب گزینه‌ها به تفکیک پرسش پنجم آزمون

شماره پرسش	فراوانی انتخاب گزینه‌ها				
	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)
۵	۲۶	۱۱	۷	۰	۱۰

جدول ۷. میانگین درصد پاسخ‌های درست دانش‌آموزان در پرسش‌های سطح‌های اول تا سوم ون هیلی

سطح مورد ارزیابی	سطح اول	سطح دوم	سطح سوم
میانگین درصد پاسخ‌های درست	۵۴/۶ درصد	۵۰/۹ درصد	۱۰/۹ درصد

ریاضی. شماره ۱۳۲.

7. Armah, R. B., Cofie, P. O., & Okpoti, C. A. (2018). Investigating the Effect of van Hiele Phase-Based Instruction on Pre-Service Teachers' Geometric Thinking. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(1), 314-330.
8. Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 17, 31- 48.
9. Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 151- 178.
10. Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry*, K-12, 1 -16.
11. Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph, i-196.
12. Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. Focus on Learning in Mathematics , 20, 27- 46.
13. Halat, E. (2008). In-service middle and high school mathematics teachers: Geometric reasoning stages and gender. *The Mathematics Educator*, 18(1), 8- 14.
14. Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In Linda Haggarty (Ed), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics* (pp 121 -139). London: Routledge Falmer.
15. Knight, K. C. (2006). *An investigation into the change in the Van Hiele levels of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers* (Doctoral dissertation, The University of Maine).
16. Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).
17. National council of Teacher of Mathematics, (2000). Principle and Students for School Mathematics. Reston VA: Author.
18. Nisawa, Y. (2018). Applying van Hiele's Levels to Basic Research on the Difficulty Factors behind Understanding Functions. *IEJME-Mathematics Education*. 13(2), 61- 65.
19. Pusey, E. L. (2003). *The van Hiele model reasoning in geometry: a literature review*. Unpublished master's thesis, North Carolina State University, Raleigh, NC, United States.
20. Sánchez-García, A. B., & Cabello, A. B. (2016). An instrument for measuring performance in geometry based on the van Hiele model. *Educational Research and Reviews*, 11(13), 1194- 1201.
21. Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry. CDASSG Project.
22. Van Hiele, P. M. (1959). The child's thought and geometry. *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele*, 243- 252.

ولی با توجه به اینکه پژوهش حاضر، در میان دانش‌آموزان مدرسه‌های نمونه دولتی انجام شده است که از لحاظ توانایی‌ها، با توجه به آزمون‌های مدرسه‌ای، بالاتر از سطح متوسط ارزیابی شده‌اند، شاید بتوان گفت انتظار می‌رود نتایج به دست آمده از یک نمونه تصادفی، سطح تفکر هندسی پایین‌تری را نشان دهد. این موضوعی است که باید مورد توجه برنامه‌ریزان آموزشی و مؤلفان محترم مباحث هندسه کتاب‌های درسی ریاضیات مدرسه‌ای قرار گیرد. البته نظر به اینکه پژوهش حاضر در یک منطقه جغرافیایی محدود و روی تعداد محدودی نیز صورت گرفته است، شاید در برخی نتیجه‌گیری‌ها نیز پیش‌داوری و سوگیری رخ داده باشد. امید است که در آینده، پژوهش‌هایی جامع‌تر در این زمینه انجام شوند تا بتوان با قطعیت بیشتری درباره درستی یا نادرستی نتایج حاصل از این پژوهش نظر داد.

پی‌نوشت‌ها

1. spatial visualization
2. the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
3. شورای ملی معلمان ریاضی که در سال ۱۹۲۰ پایه‌گذاری شد با دارا بودن.
3. Van Hiele
4. Burger & Shaughnessy
5. Jaime & Gutiérrez
6. Armah
7. Sánchez-García & Cabello
8. Nisawa
9. Alan Hoffer
10. Fuys

منابع

۱. امینی‌فر، الهه؛ صالح صدق‌پور، بهرام؛ باقری، نیره (۱۳۹۰). «ساخت آزمون معتبر و پایای تفکر هندسی براساس سه سطح اول نظریه فن‌هیلی». *فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی*. سال اول. شماره ۴.
۲. حبیبی، ملوک (۱۳۹۲). «نقش روش تدریس فعال معلمان در هندسه (با مدل فن‌هیلی) در افزایش انگیزش و یادگیری دانش‌آموزان دوره ابتدایی». *فصلنامه مشاوره شغلی و سازمانی*. دوره پنجم، شماره ۱۴.
۳. ریحانی، ابراهیم؛ امام جمعه، سیدمحمدرضا؛ صالح صدق‌پور، بهرام؛ مرادی ویس، اصغر (۱۳۸۹). «ارزیابی دانش معلمان و دانشجویان ریاضی در درس هندسه با استفاده از نظریه فن‌هیلی». *نشریه علمی پژوهشی فناوری آموزش*. سال پنجم. جلد ۵. شماره ۲.
۴. لیاقتدار، محمدجواد؛ سلیمانی، نسیم؛ صدر ارحامی، سعیده (۱۳۹۰). «بررسی تأثیر روش آموزش هندسه بر مبنای نظریه فن‌هیلی بر پیشرفت تحصیلی». *اندیشه‌های نوین تربیتی*. دوره ۸. شماره ۳.
۵. مرادی ویس، اصغر (۱۳۸۸). «مطالعه جایگاه هندسه مدرسه‌ای در برنامه درسی کارشناسی دبیری ریاضی مبتنی بر نظریه فن‌هیلی». پایان‌نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی. تهران.
۶. یافتیان، نرگس؛ صفابخش، اشرف (۱۳۹۸). «تحلیل محتوای هندسه پایه هشتم براساس سطح‌های تفکر هندسی فن‌هیلی». *رشد آموزش*